

MCG / CPG Hamburg

Semesterarbeit - Astronomie - 2016

Über die Detektion von Exoplaneten:

Ausarbeitung eines neuen Konzeptes zur Detektion von Riesenplaneten durch deren gravitativen Einfluss auf dessen Zentralstern

$$L(t) = \sigma \cdot \partial^4 \cdot \pi R^2 \cdot (1 - \varepsilon)(1 - \varepsilon \cdot \tau)\delta' + (1 - \varepsilon^2)\delta''$$

$$\tau(t) = \cos \left(2\sqrt{\frac{\gamma M}{d^3}}t \right), \quad \varepsilon \equiv \left(\frac{m}{M} \right) \left(\frac{R}{d} \right)^3$$

Schüler: Fabian Schneider (13.05.1998)

Abgabedatum: 04. März 2016

Lehrkraft: Herr Sonnenberg

Abstrakt

In dieser Ausarbeitung soll ein neuartiges Konzept der Detektion von Exoplaneten theoretischen Betrachtungen unterzogen werden und zusätzlich auf eine mögliche praktische Umsetzung geprüft werden. Der Haupteffekt beruht dabei auf der Gezeitenwirkung von Planeten auf deren Zentralstern. Ein hervorgerufener Tidenhub verändert die sichtbare Oberfläche des Sterns und damit die messbare Leuchtkraft, wobei zusätzliche Effekte bei den Betrachtungen ausgenommen werden, sodass die Arbeit im verfügbaren Rahmen gehalten werden kann.

Vorwort und Danksagung

Die Idee verdanke ich besonders dem Max-Planck Institut für Astronomie in Heidelberg, welches mich auf dieses Thema aufmerksam gemacht hat, sowie dem Max-Planck Institut für Radioastronomie, bei dem es mir möglich war, erste Überlegungen zu diesem Thema anzustellen, welche in dieser Ausarbeitung vervollständigt werden. Durch einige Gespräche mit Wissenschaftlern der Hamburger Sternwarte, konnte ich zudem meine ersten Vermutungen bestätigen, was mich dazu motiviert hat, dieses Thema als offizielle Semesterarbeit fortzuführen.

- *Fabian Schneider*

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit versichere ich, diese Facharbeit ohne fremde Hilfe angefertigt zu haben. Sämtliche Hilfen, Quellen und Zitate sind in ihrer Herkunft bekannt.

Datum:

Unterschrift:

Inhaltsverzeichnis

1	Symbolverzeichnis	5
2	Einführung	6
3	Allgemeines zu Detektionsmethoden	6
4	Kurzerläuterung des Konzepts	7
5	Herleitung des Konzepts	8
5.1	Teilgleichung: Leuchtkraft	8
5.2	Teilgleichung: Flächenveränderung, speziell	9
5.3	Teilgleichung: Flächenveränderung, allgemein	11
5.4	Teilgleichung: Extremwerte	12
5.5	Teilgleichung: Periodenparameter	14
5.6	Gesamtgleichung	15
6	Überprüfung der Realisierbarkeit	15
6.1	Allgemeines	15
6.2	Exemplarische Betrachtung: CoRoT-3b	16
7	Fazit und Schlussbemerkung	17
	Literaturverzeichnis	17
	Abbildungsverzeichnis	18

1 Symbolverzeichnis

P	Planet
S	Stern
m	Masse des Planeten
M	Masse des Sterns
A, B	Beobachter A, B
$L, L(t)$	Leuchtkraft
σ	Stefan-Boltzmann-Konstante, $\sigma \approx 5,670 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$
ϑ	Temperatur des Sterns
$A, A(t)$	sichtbare Oberfläche vom Stern
R	Radius des Sterns
t	Zeit
T	Umlaufdauer des Planeten
d/dt	Differential, nach der Zeit
A', A''	minimal und maximal sichtbare Oberfläche vom Stern
α	Neigungswinkel der Planetenbahn zur Ebene Beobachter-Stern
ω	Winkelgeschwindigkeit, $\omega = 2\pi/T$
$b_1, b_2, b_3, c_1, \lambda_1, \lambda_2$	Parameter
ΔA	$:= \frac{1}{2} \cdot (A'' - A')$
δ', δ''	lineare Funktionen der Helligkeitsveränderung bzgl. α
R', R''	kleine und große Halbachse des Sterns
h	Tidenhub beim Stern
ε	dimensionslose Stärke der Gezeitenwirkung
d	Entfernung zwischen Stern und Planet
A_E	Fläche einer Ellipse
A_0	sichtbare Fläche ohne Tidenhub
$f(t)$	Anteil der Flächenzunahme durch Deformation
$\varphi(t)$	$:= 1 - \tau(t)$
$\tau(t)$	$:= \cos\left(\frac{4\pi}{T}t\right)$
a_z	Zentripitalbeschleunigung des Planeten
G_S	Beschleunigung des Planeten zum Zentralstern
γ	Newtonsche-Gravitationskonstante, $\gamma \approx 6,673 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$
R_0, M_0	Sonnenradius, -masse
m_j	Jupitermasse

2 Einführung

Exoplaneten sind eines der aktuellsten Forschungsgebiete der heutigen Astrophysik! Dies wird durch mehr als 800 *neu* entdeckte Exoplaneten im Jahre 2014 durch die Ergebnisse des Kepler Weltraumteleskopes bestätigt (siehe [1]) - zuvor lag dieser Wert hingegen immer unter 200! Die folgende Abbildung stellt dies graphisch dar und unterstreicht den momentanen Fortschritt im Bereich der Exoplanetenforschung, wobei die Farbigkeiten die verschiedenen Beobachtungsmethoden anzeigen.

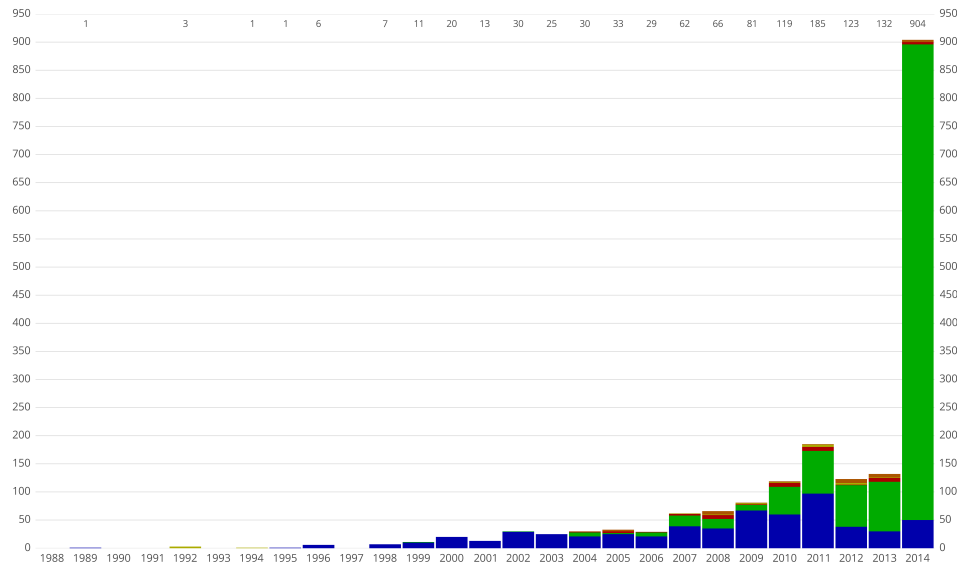


Abbildung 1: Anzahl der neuentdeckten Exoplaneten

Werden diese Werte jedoch auf die Milchstraße bezogen erscheinen die Zahlen gering, denn der erste Exoplanet wurde erst um 1990 entdeckt. Entsprechend besteht noch eine große Anzahl von Fragen, die entweder die Eigenschaften spezifischer Exoplaneten oder die Gesamtverteilung von Eigenschaften in der Milchstraße betreffen. Daher werden täglich diverse wissenschaftliche Papers in diesem astronomischen Teilgebiet veröffentlicht (siehe dazu [2]) und neue Erkenntnisse gewonnen.

3 Allgemeines zu Detektionsmethoden

Um vorhandene Fragestellungen beantworten zu können und mehr Klarheit in diese astronomische Disziplin zu bringen, ist jedoch besonders eines wichtig: viele Exoplaneten! Für qualitativ hochwertige Aussagen, die in der Astronomie besonders auf statistischen Betrachtungen beruhen, muss eine quantitativ ausreichende Datenmenge zugrunde liegen.

Darum wird ständig nach neuen Exoplaneten gesucht, wobei insbesondere die Transitmethode (grün) und die Radialgeschwindigkeitsmethode (blau) zu vielen Entdeckungen geführt haben. Beide seien kurz angesprochen:

Transitmethode: Damit durch diese Methode Exoplaneten detektiert werden können, muss deren Orbit den Zentralstern aus der Sicht der Erde kreuzen. Dadurch wird sich die Gesamthelligkeit des Zentralsterns periodisch um einen kleinen Betrag verringern, da der Stern einen Teil des Sonnenlichtes verdeckt. Weiterhin lassen sich aus diesen Helligkeitsschwankungen vielfältige Rückschlüsse auf die physikalischen Eigenschaften des Planeten ziehen.

Radialgeschwindigkeit: Diese Methode detektiert besonders massereiche Exoplaneten, da deren Masse einen gravitativen Einfluss auf den Zentralstern ausüben kann. Dadurch kreisen Stern und Planet um einen gemeinsamen Schwerpunkt, der jedoch weit genug vom Stern entfernt liegt, um eine sichtbare Bewegung des Sternes hervorzurufen. Aus dieser Bewegung lassen sich ebenfalls weitere Rückschlüsse auf die Eigenschaften des Planeten ziehen.

Um diese und bereits vorhandene Methoden zu erweitern, soll in dieser Ausarbeitung das Konzept für eine neue Methode aufgestellt werden. Dabei handelt es sich im Grunde um eine Kombination der obigen beiden Methoden, da nach Veränderungen der Helligkeit gesucht werden muss und dazu die Masse der Planeten entscheidend sind - dazu jedoch nun mehr!

4 Kurzerläuterung des Konzepts

Ein Planet kreist um einen Zentralstern, da die Masse m des Planeten P kleiner ist, als die Masse M des Sterns S . Jedoch besitzt auch der Planet eine gewisse Masse, die, wie bei der Radialgeschwindigkeitsmethode, ebenfalls eine Wirkung auf den Stern ausübt. Damit ist eine Formveränderung des Sterns gemeint: Die Anziehungskraft des Planeten wirkt auf jedes Teilchen des Sternes, wobei die Wirkung entsprechend auf weiter außenliegende und zum Planeten gewandte Teilchen stärker ist. Dies liegt am Dichtegradienten und Konvektionsströme im Stern, sodass dieser durch die Teilchenbewegungen gestreckt wird. Dieses Phänomen sei verstärkt in folgender Abbildung 2 dargestellt, wobei m für jeden Planet nach rechts kontinuierlich zunimmt.

Dieser Effekt wird auch als Gezeitenwirkung auf Sterne bezeichnet und die Streckung als Tidenhub. Diese mögliche Erscheinung wurde bereits von E. Sirko und B. Paczyński 2003 vorhergesagt (siehe [3]) und im *Astrophysical Journal* bekanntgegeben, weshalb auch nicht näher auf die Entstehung des Tidenhubes eingegangen werden soll. 2010 konnte diese Vorhersage von einer Forschergruppe um W. Welsh bestätigt werden, denn ihnen gelangen die ersten direkten Beobachtungen des Phänomens (siehe [4]). Diese Bestätigung



Abbildung 2: Gravitative Streckung eines Sterns

und praktische Realisierung veranlasst mich dazu, dieses Phänomen als Möglichkeit zur Detektion von Exoplaneten zumindest theoretischen Beschreibungen zu unterziehen.

Durch den vom Planet hervorgerufenen Tidenhub erscheint der Stern von verschiedenen Seiten unterschiedlich hell. Dies liegt an der veränderten Form, da es sich anstatt einer Kugel nun um einen Ellipsoiden handelt. Diese Tatsache sei durch folgende Abbildung 3 gezeigt, wobei die gelben Pfeile die Blickrichtungen darstellen. Es wird deutlich, dass der Beobachter A eine kleinere Oberfläche sieht, als Beobachter B. Entsprechend erscheint der Stern für Beobachter A dunkler, als für Beobachter B.

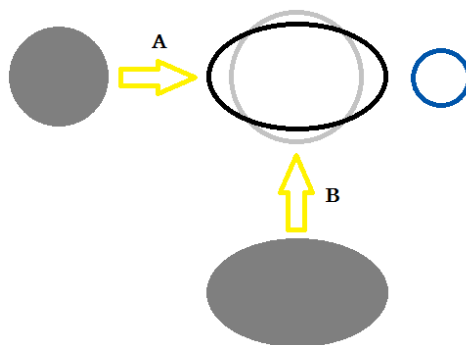


Abbildung 3: Sichtbare Fläche für einen Beobachter

Der Planet befindet sich jedoch keinesfalls in Ruhe, sondern kreist periodisch um den Stern. Entsprechend verändert sich die sichtbare Fläche und damit die Helligkeit des Sternes periodisch, auch wenn die Planetenbahnebene nicht in der Ebene des Sterns liegt. Aufgrund dieser Helligkeitsveränderung kann nicht nur die Existenz eines Exoplaneten gezeigt werden, sondern diverse Eigenschaften ermittelt werden. Die Veränderung soll in dieser Ausarbeitung mathematisch beschrieben werden und somit ein Zusammenhang zwischen anderen Eigenschaften des Exoplaneten gezogen werden.

5 Herleitung des Konzepts

5.1 Teilgleichung: Leuchtkraft

Das entscheidende für die wahrgenommene Helligkeit, unabhängig von der Einheit oder dem betrachteten Spektralbereich, ist die Leuchtkraft L eines Sternes. Nach dem Stefan-

Boltzmann-Gesetz ergibt sich diese aus

$$L = \sigma \cdot \vartheta^4 \cdot A, \quad (1)$$

wobei ϑ die Temperatur des Sternes und $\sigma \approx 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ die Stefan-Boltzmann-Konstante bezeichnet. ϑ kann durch Spektraluntersuchungen und bekannten Methoden relativ einfach bestimmt werden. Für die Betrachtungen ist jedoch A interessant, da dieser Wert meistens mit der Gesamtoberfläche $4\pi R^2$, mit R als Sternradius, angegeben wird. Es soll nun weiterhin angenommen werden, dass die Strahlung isotrop in alle Raumrichtungen abgegeben wird, jedoch $A(t)$ nur die sichtbare Fläche angeben. Diese soll zeitabhängig t sein und sich nach einem Umlauf des Planeten T wiederholen. Es gilt also die Funktion

$$L(t) = \sigma \cdot \vartheta^4 \cdot A(t) \quad (2)$$

zu bestimmen, um durch die Helligkeitsveränderungen den Exoplaneten zu beschreiben.

5.2 Teilgleichung: Flächenveränderung, speziell

α soll den Winkel zwischen Bahnebene des Planeten und der Ebene Stern-Beobachter angeben und damit die Neigung der Planetenbahn (siehe auch Abbildung 6). Es soll zunächst von $\alpha = 0$ ausgegangen werden. Weiterhin seien A' die minimale und A'' die maximalen Oberfläche, die bei einem Stern aufgrund des Tidenhubes zu beobachten wären, also die Lösungen von

$$\frac{d}{dt}A(t) = 0. \quad (3)$$

Kreist ein Planet um den Stern, dann zeigt der Stern (bei $\alpha = 0$) an zwei Punkten mit A' und an zwei weiteren mit A'' zum Beobachter. Dies sei durch folgende Abbildung 4 veranschaulicht. Um die Berechnungen für diese Ausarbeitung nicht zu verkomplizieren, soll von einer kreisförmigen Umlaufbahn ausgegangen werden.

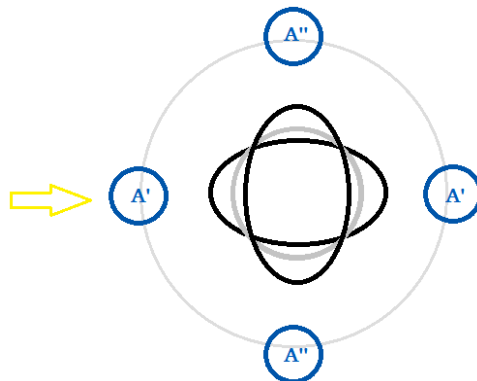


Abbildung 4: Veränderung von $A(t)$ beim Umlauf

Die Funktion $A(t)$ muss also aufgrund der periodischen Kreisbewegung in der Form

$$a(t) = b_1 \cdot \sin(\omega t + b_2) + b_3 \quad (4)$$

vorliegen, wobei $\omega = \frac{2\pi}{T_0}$, mit T_0 als Periode der Funktion, und b_1, b_2, b_3, c_1 Parameter bezeichnen. Da nach den vorherigen Überlegungen

$$A' \leq a(t) \leq A'' \quad (5)$$

gelten muss, schwingt $a(t)$ offenbar zwischen diesen Werten. Daher ist auch $a(t) > 0 \forall t$, sodass (4) zu

$$a(t) = c_1 \cdot (\sin(\omega t + b_2) + 1) + b_3 \quad (6)$$

abgeändert wird. $a(t)$ schwingt somit zwischen b_3 und $2 \cdot c_1 + b_3$. Aufgrund von (5) muss somit $b_3 = A'$ und

$$2 \cdot c_1 + b_3 = A'' \quad (7)$$

$$2 \cdot c_1 + A' = A'' \quad (8)$$

$$c_1 = \frac{A'' - A'}{2}, \quad (9)$$

weshalb $a(t)$ auf die Form

$$a(t) = \frac{A'' - A'}{2} \cdot (\sin(\omega t + b_2) + 1) + A' = \Delta A \cdot (\sin(\omega t + b_2) + 1) + A', \quad (10)$$

mit $\Delta A := (A'' - A')/2$, gebracht werden konnte. Da der Wechsel zwischen A' und A'' jedoch zweimal innerhalb eines Planetenumlaufes T geschieht, muss $T_0 = \frac{1}{2}T$ und somit

$$\omega = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{4\pi}{T}. \quad (11)$$

Weiterhin setzten wir fest, dass der Planet bei $t = 0$ (und $\alpha = 0$) genau in der Verbindungslinie Erde-Stern steht und damit $a(0) = A'$ gelten muss. Die Schwingung muss also um $b_2 = -\frac{\pi}{2}$ verschoben werden, sodass

$$a(t) = \Delta A \cdot \left(\sin \left(\frac{4\pi}{T} t - \frac{\pi}{2} \right) + 1 \right) + A'. \quad (12)$$

Dieser Ausdruck kann jedoch durch die trigonometrische Beziehung

$$\sin(a - b) = \sin(a) \cos(b) - \cos(a) \sin(b) \quad (13)$$

vereinfacht werden, denn

$$\sin \left(\frac{4\pi}{T} t - \frac{\pi}{2} \right) + 1 = \sin \left(\frac{4\pi}{T} t \right) \cos \left(\frac{\pi}{2} \right) - \cos \left(\frac{4\pi}{T} t \right) \sin \left(\frac{\pi}{2} \right) + 1 \quad (14)$$

$$= \sin \left(\frac{4\pi}{T} t \right) \cdot 0 - \cos \left(\frac{4\pi}{T} t \right) \cdot 1 + 1 \quad (15)$$

$$= 1 - \cos \left(\frac{4\pi}{T} t \right). \quad (16)$$

Damit erhalten wir als Teilergebnis

$$a(t) = \Delta A \cdot \left(1 - \cos \left(\frac{4\pi}{T} t \right) \right) + A', \quad (17)$$

wobei der entstehende Graph exemplarisch für die Werte $A' = 1$, $A'' = 3$ und $T = 6$ in Abbildung 5 aufgetragen wurde.

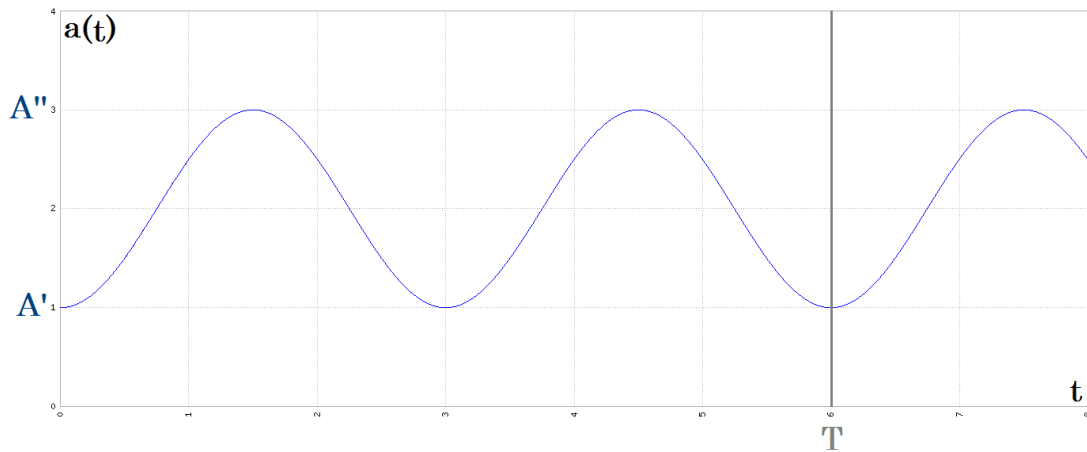


Abbildung 5: Verlauf von $a(t)$ in Abhängigkeit von t

5.3 Teilgleichung: Flächenveränderung, allgemein

$a(t)$ beschreibt das Verhalten jedoch nur bei $\alpha = 0$, obwohl dieser Fall nur sehr selten auftritt und, wie bei der Transitmethode, ein Überdecken der Sonne gegeben sein müsste. Dies soll bei diesem Konzept jedoch nicht Voraussetzung sein und $A(a(t), \alpha)$ für beliebige $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ bestimmt werden, wobei α im Bogenmaß angegeben sei.

In Abbildung 6 wird die Form für verschiedene α gezeigt, wobei immer $t = 0$ und durch die dünne graue Linie die Planetenbahn angezeigt wird.

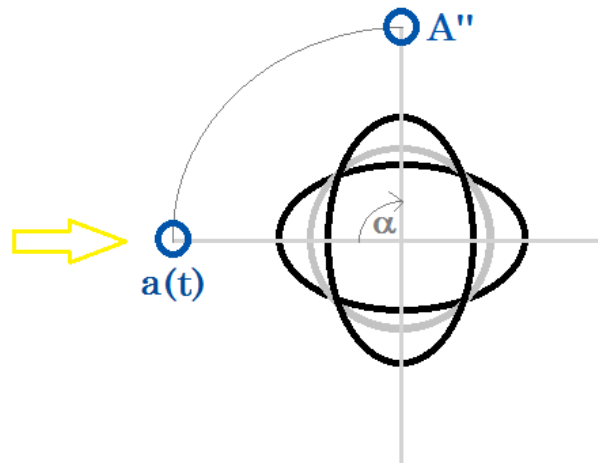


Abbildung 6: Veränderung von $a(t)$ in Abhängigkeit von α

Offenbar ist $A(a(t), 0) = a(t)$ und $A(a(t), \frac{\pi}{2}) = A''$, sodass bei $\alpha = \frac{\pi}{2}$ auch keine Helligkeitsveränderung mehr wahrgenommen werden könnte, da immer die maximale Oberfläche A'' zum Beobachter zeigt. Bei $\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}$ haben wir also $A(t) \rightarrow A''$. Somit kann $A(t)$ durch

$$A(t, \alpha) = a(t) \cdot \delta'(\alpha) + A'' \cdot \delta''(\alpha) \quad (18)$$

ausgedrückt werden und

$$0 \leq \delta' + \delta'' \leq 1, \quad (19)$$

wobei $\delta' \rightarrow 0$ und $\delta'' \rightarrow 1$ für $\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}$. Da es sich offensichtlich um eine kontinuierliche Annäherung an A'' handelt, liegt ein linearer Übergang vor, sodass entsprechend δ' und δ'' in den Formen

$$\delta'(\alpha) = \lambda_1 \cdot \alpha + \lambda_2, \quad \delta''(\alpha) = 1 - \delta'(\alpha), \quad (20)$$

mit λ_1 und λ_2 als Parameter, angenommen werden. Da ein Anstieg von δ' eine Abnahme von δ'' bewirkt und andersherum und (19) gelten muss, konnte δ'' vereinfachter angegeben werden. Weiterhin ist aus (19) und Abbildung 6 gegeben, dass $\delta'(0) = 1$ und $\delta'(\frac{\pi}{2}) = 0$. Daraus ergibt sich

$$\lambda_1 \cdot 0 + \lambda_2 = 1 \implies \lambda_2 = 1 \quad (21)$$

und somit

$$\lambda_1 \cdot \frac{\pi}{2} + 1 = 0 \implies \lambda_1 = -\frac{2}{\pi}. \quad (22)$$

Mit diesen Zwischenergebnissen können

$$\delta'(\alpha) = 1 - \frac{2}{\pi} \cdot \alpha, \quad \delta''(\alpha) = \frac{2}{\pi} \cdot \alpha, \quad (23)$$

bestimmt werden und nun auch

$$A(t, \alpha) = a(t) \cdot \left(1 - \frac{2}{\pi} \cdot \alpha\right) + A'' \cdot \left(\frac{2}{\pi} \cdot \alpha\right), \quad (24)$$

womit bei der Flächenveränderung unterschiedliche α einbezogen werden können. Übrigens ist die Betrachtung der fehlenden Rotationsachse nicht notwendig, denn diese würde lediglich die Richtung der Auslenkung innerhalb der Betrachtungsebene verändern, was jedoch nicht die sichtbare Oberfläche und damit die Helligkeit beeinflusst.

5.4 Teilgleichung: Extremwerte

Damit die Gleichung für die Beschreibung der Helligkeitsveränderung dienen kann, fehlt noch der Zusammenhang der wichtigen Bestandteile A' und A'' von bekannten oder den Exoplanet betreffende Größen. Die dem Beobachter zugewiesene Fläche kann als Ellipse aufgefasst werden, sodass sich die kleine bzw. große Halbachsen durch

$$R' = R - h, \quad R'' = R + h \quad (25)$$

zusammensetzen, wobei h der Tiedenhub sei und $h = \varepsilon \cdot R$ mit ε als dimensionslose Stärke der Gezeiten. Dieser Wert wurde bereits von einer Gruppe um P. Arras auf den Grundlagen von Überlegungen zur Sterndynamik von W. Dziembowski 1977 (siehe [5]) angegeben und in der Royal Astronomical Society 2011 veröffentlicht (siehe [6]). Demnach gilt für diesen Wert

$$\varepsilon \equiv \left(\frac{m}{M}\right) \cdot \left(\frac{R}{d}\right)^3, \quad (26)$$

mit d als Abstand zwischen Stern und Planet. Die folgende Ellipsenbetrachtung soll durch Abbildung 7 unterstützt werden.

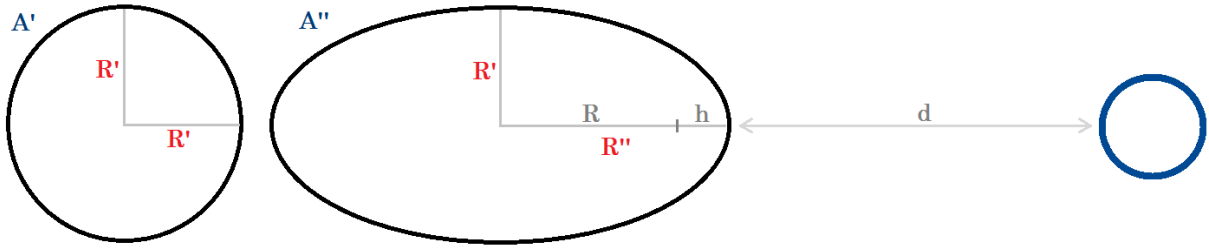


Abbildung 7: Beschreibung des Sterns als Ellipse

Es ist bekannt, dass für den Flächeninhalt A_E einer Ellipse

$$A_E = \pi \cdot R' \cdot R'' \quad (27)$$

gilt. Für A' ergibt sich somit

$$A' = \pi \cdot R^2 \quad (28)$$

$$= \pi \cdot (R - \varepsilon \cdot R)^2 \quad (29)$$

$$= \pi \cdot R^2 \cdot (1 - \varepsilon)^2 \quad (30)$$

$$= A_0 \cdot (1 - \varepsilon)^2, \quad (31)$$

mit $A_0 := \pi \cdot R^2$ als sichtbare Fläche ohne Streckung und daher ohne gravitativen Einfluss des Planeten. Genauso kann bei A'' verfahren werden, denn

$$A'' = \pi \cdot R' \cdot R'' \quad (32)$$

$$= \pi \cdot (R - \varepsilon \cdot R) \cdot (R + \varepsilon \cdot R) \quad (33)$$

$$= \pi \cdot R^2 \cdot (1 - \varepsilon) \cdot (1 + \varepsilon) \quad (34)$$

$$= A_0 \cdot (1 - \varepsilon^2). \quad (35)$$

Damit wären beide Extremwerte bestimmt und konnten nur von relativ einfach messbaren Größen abhängig gemacht werden.

Indem die Werte für A' und A'' in $A(t)$ eingefügt werden, kann die Gleichung weiter vereinfacht werden. Zunächst vereinfachen wir ΔA zu

$$\Delta A = \frac{A'' - A'}{2} = \frac{1}{2} \cdot (A_0 \cdot (1 - \varepsilon^2) - A_0 \cdot (1 - \varepsilon)^2) \quad (36)$$

$$= \frac{A_0}{2} \cdot (1 - \varepsilon^2 - (1 - \varepsilon)^2) \quad (37)$$

$$= \frac{A_0}{2} \cdot (1 - \varepsilon^2 - 1 + 2\varepsilon - \varepsilon^2) \quad (38)$$

$$= A_0 \varepsilon \cdot (1 - \varepsilon). \quad (39)$$

Indem $\varphi(t) := 1 - \cos\left(\frac{4\pi}{T}t\right)$ bestimmt wird, erhält man für $a(t)$ vereinfacht

$$a(t) = \Delta A \cdot \varphi(t) + A' \quad (40)$$

und somit für $A(t)$

$$A(t) = a(t) \cdot \delta' + A'' \cdot \delta'' = \Delta A \cdot \varphi(t) \cdot \delta' + A' \delta' + A'' \delta'' \quad (41)$$

Nun kann durch die vorherigen Umformungen auch dieser Ausdruck durch Einsetzen weiter vereinfacht werden, indem

$$A(t) = A_0 \varepsilon \cdot (1 - \varepsilon) \cdot \varphi(t) \cdot \delta' + A_0 \cdot (1 - \varepsilon)^2 \delta' + A_0 \cdot (1 - \varepsilon^2) \delta'' \quad (42)$$

$$= A_0 \cdot (\varepsilon \cdot (1 - \varepsilon) \cdot \varphi(t) \cdot \delta' + (1 - \varepsilon)^2 \delta' + (1 - \varepsilon^2) \delta'') \quad (43)$$

$$= A_0 \cdot f(t), \quad (44)$$

sodass $f(t)$ die Veränderung der Ausgangsfläche über die Zeit beschreibt. Dieser Ausdruck kann jedoch ebenfalls in der Komplexität reduziert werden. Indem weiterhin $\tau(t) := \cos\left(\frac{4\pi}{T}t\right)$ und daher $\varphi(t) = 1 - \tau(t)$ bestimmt wird, folgt daraus

$$f(t) := \varepsilon \cdot (1 - \varepsilon) \cdot \varphi \cdot \delta' + (1 - \varepsilon)^2 \delta' + (1 - \varepsilon^2) \delta'' \quad (45)$$

$$= (1 - \varepsilon)(1 - \varepsilon + \varepsilon \cdot \varphi) \delta' + (1 - \varepsilon^2) \delta'' \quad (46)$$

$$= (1 - \varepsilon)(1 - \varepsilon \cdot \tau) \delta' + (1 - \varepsilon^2) \delta''. \quad (47)$$

5.5 Teilgleichung: Periodenparameter

Die Umlaufdauer T in $\tau(t)$ könnte die praktische Umsetzung schwieriger gestalten, da es sich um eine weitere Größe des Exoplaneten handelt. Diese kann jedoch von zwei ebenfalls enthaltene Größen M und d abhängig gemacht werden und dadurch eliminiert werden.

Da es sich um eine annähernde Kreisbahn handelt, muss die Zentripetalbeschleunigung a_z genauso groß sein, wie die Anziehung durch den Zentralstern G_S . Daraus folgt

$$a_z = G_S \quad (48)$$

$$d \cdot \omega^2 = \gamma \cdot \frac{M}{d^2} \quad (49)$$

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \gamma \cdot \frac{M}{d^3} \quad (50)$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 d^3}{\gamma M}} = 2\pi \sqrt{\frac{d^3}{\gamma M}} \quad (51)$$

und somit

$$\tau(t) = \cos\left(\frac{4\pi}{T}t\right) = \cos\left(2\sqrt{\frac{\gamma M}{d^3}}t\right). \quad (52)$$

Die Anzahl der relevanten Größen zum Lösen der Gleichung konnten somit noch weiter reduziert werden!

5.6 Gesamtgleichung

Um die Überlegungen abzuschließen und die Leuchtkraft in Richtung der Erde beim Umlauf eines Exoplaneten zu berechnen, konnte

$$L(t) = \sigma \cdot \partial^4 \cdot A(t) = \sigma \cdot \partial^4 \cdot \pi R^2 \cdot f(t) \quad (53)$$

mit

$$f(t) = (1 - \varepsilon)(1 - \varepsilon \cdot \tau(t)) \left(1 - \frac{2}{\pi} \cdot \alpha\right) + (1 - \varepsilon^2) \left(\frac{2}{\pi} \cdot \alpha\right) \quad (54)$$

und

$$\tau(t) = \cos \left(2\sqrt{\frac{\gamma M}{d^3}} t\right), \quad (55)$$

sowie

$$\varepsilon \equiv \left(\frac{m}{M}\right) \left(\frac{R}{d}\right)^3 \quad (56)$$

gefunden werden. Diese Gleichung kann nun zur Modellierung der Helligkeitskurve und damit zur Ermittlung der Eigenschaften eines Planet dienen. Dabei sind besonders die Nullstellen von $\frac{d}{dt}L(t)$ interessant, denn dabei handelt es sich um die Extremwerte und es können A' bzw. A'' in Abhängigkeit von Bahnneigung etc. bestimmt und daraus auf weitere Eigenschaften geschlossen werden.

6 Überprüfung der Realisierbarkeit

6.1 Allgemeines

Zunächst soll ein näherer Blick auf $L(t)$ geworfen werden. Um die Helligkeitsveränderung genau modellieren zu können sind die Größen

$$\partial, R, M$$

des Sternes notwendig. Diese können jedoch durch direkte oder indirekte Methoden, auf welche hier nicht näher eingegangen werden soll, bestimmt werden. Dadurch können den Planeten betreffende Eigenschaften

$$\alpha, m, d$$

bestimmt werden, wobei mindestens eine bis zwei Eigenschaften für eine exakte Lösung gegeben sein müssen - es soll jedoch angemerkt sein, dass eine exakte Lösung nicht immer erforderlich ist. Auf diesen Aspekt soll im Fazit nochmals zurückgekommen werden.

Wichtiger neben der mathematischen Betrachtung ist die physikalische Realisierbarkeit. Es ist offensichtlich, dass diese Methode bei Planeten mit einer geringen Masse oder Sternen mit sehr großen Massen nicht anwendbar sein kann. Da $m \ll M$, würde entsprechend $\varepsilon \rightarrow 0$ und damit $\frac{d}{dt}A(t) \approx 0$, sodass keine Helligkeitsänderung beobachtbar wäre. Darum kann diese Methode besonders gut ihre Wirkung entfalten

1. bei der Suche nach Riesenplaneten,
2. bei der Untersuchung von Sternen mit geringer Masse.

In beiden Fällen ist das Verhältnis

$$\frac{m}{M} > 0 \quad (57)$$

und mit der heutigen Sensorik messbar. Die Veränderung von $L(t)$ wird trotzdem einen eher geringen Wert aufweisen, sodass genaue Messungen notwendig sein würden.

6.2 Exemplarische Betrachtung: CoRoT-3b

Exemplarisch soll der Planet CoRoT-3b betrachtet werden, welcher sich als Begleiter des Sterns CoRoT-3 im Sternbild Adler befindet und im Jahre 2008 entdeckt wurde. Es soll dieser Planet betrachtet werden, da ich bereits im Rahme einer vergangenen Forschungsarbeit Untersuchungen an diesem Stern vorgenommen habe und somit über ein fundiertes Wissen verfüge, als besonders die große Masse des Planeten wichtig war. Für die folgenden Werte wurde die Exoplaneten Datenbank der NASA verwendet (siehe [7]). Der Stern besitzt die Eigenschaften

$$\vartheta = 6740 \text{ K}, \quad R = 1,569 R_0, \quad M = 1,379 M_0.$$

Für den Planeten konnten bereits die Eigenschaften

$$\alpha = 85^\circ, \quad m = 21,85 m_j, \quad d = 0,0574 \text{ AE}$$

ermittelt werden (siehe [8]), sodass $L(t)$ in Abbildung 8 modelliert werden konnte. Dabei wird deutlich, dass eine mögliche Helligkeitsdynamik auftreten kann, diese aber nur sehr gering ausfällt und genaue Beobachtungen gemacht werden müssten. Ich empfehle daher eine Beobachtung über mehrere Wellenlängenbereiche durchzuführen, sodass die Varianz schneller erfasst und die Extremwerte bestimmt werden können.

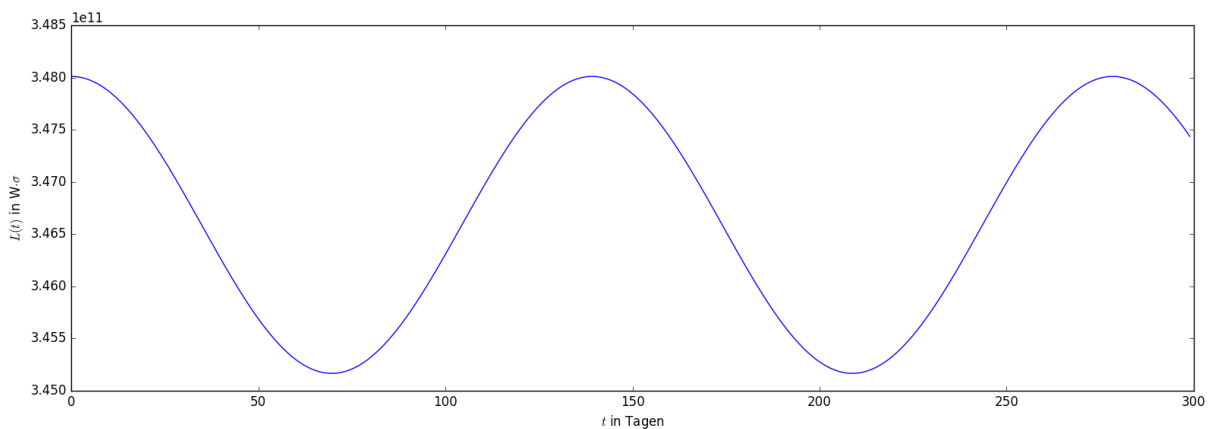


Abbildung 8: Modellierung der Helligkeitsveränderung durch CoRoT-3b

7 Fazit und Schlussbemerkung

Durch die Betrachtungen dieser Ausarbeitungen wurde eine theoretische Grundlage geschaffen, um möglicherweise eine weitere Detektionsmöglichkeit für Exoplaneten hinzuzufügen. Durch die Überlegungen wurde jedoch auch deutlich, dass es eher schwierig sein wird, mithilfe dieses Konzepts Exoplaneten in großer Anzahl zu finden, denn nur massereiche Planeten erfüllen entsprechende Voraussetzungen. Insbesondere sind die Transitmethode oder Radialgeschwindigkeitsmethode deutlich effizienter und Fehlertoleranter, weshalb dem neuen Konzept keine entscheidende Rolle zukommen würde.

Diese klingt zunächst sehr abwertend, jedoch könnte die neue Detektionsmöglichkeit eine andere Funktion einnehmen: als ergänzende Methode! Anstelle einer Detektion von neuen Exoplaneten, könnte diese Methode als Hilfestellung dienen bei bereits entdeckten Planeten die Eigenschaften besser untersuchen zu können. Nicht alle Eigenschaften eines Planeten lassen sich durch die dominierenden Methoden zuverlässig bestimmen, sodass an dieser Stelle das neue Konzept durchaus an Bedeutung gewinnen könnte und einen wissenschaftlichen Nutzen, insbesondere bei der Riesenplanetenforschung, haben kann.

Um jedoch die Umsetzungsmöglichkeit bestätigen und den tatsächliche Nutzen ermitteln zu können, sind weitere experimentelle Untersuchungen notwendig, welche von besonders leuchtkraftempfindlichen Teleskopen durchgeführt werden müssen. Dies ist im Rahmen der Ausarbeitung leider nicht leistbar, jedoch weisen die theoretischen Überlegungen und die exemplarische Betrachtung auf durchaus zuversichtliche Ergebnisse hin.

Literaturverzeichnis

- [1] Kepler Mission Informationen, www.kepler.nasa.gov
- [2] ArXiv: Earth and Planetary Astrophysics, www.arxiv.org/list/astro-ph.EP/recent
- [3] Sirko, E., Paczynski, B. 2003, ApJ, 592, 1217
- [4] Welsh, W. F., Orosz, J. A., Seager, S., Fortney, J. J., Jenkins, J., Rowe, J. F., Koch, D., Borucki, W. J. 2010, ApJL, 713, L145
- [5] Dziembowski, W. 1977, Acta Astronomica, 27, 203
- [6] Arras, P., Burkart, J., Quataert, E., Weinberg, N. N. 2012, MNRAS, 422, 1761
- [7] NASA Exoplanet Datenbank, www.exoplanets.org
- [8] Exoplaneten Datensatz CoRoT-3b, www.exoplanets.org/detail/CoRoT-3_b

Abbildungsverzeichnis

1	Anzahl der neuentdeckten Exoplaneten	6
2	Gravitative Streckung eines Sterns	8
3	Sichtbare Fläche für einen Beobachter	8
4	Veränderung von $A(t)$ beim Umlauf	9
5	Verlauf von $a(t)$ in Abhängigkeit von t	11
6	Veränderung von $a(t)$ in Abhängigkeit von α	11
7	Beschreibung des Sterns als Ellipse	13
8	Modellierung der Helligkeitsveränderung durch CoRoT-3b	16